

Technische Universität München
Fakultät für Physik



Abschlussarbeit im Bachelorstudiengang Physik

Instabilitäten am Rand von Tokamak H-mode Plasmen in Gegenwart lokalisierter Störungen

**Instabilities in the Edge of Tokamak H-mode Plasmas in the Presence
of Localized Perturbations**

Felix Neumann

9. August 2018

Max-Planck-Institut für Plasmaphysik

Erstgutachter (Themensteller): Prof. S. Günter
Betreuer: Dr. M. Hölzl

Inhaltsverzeichnis

Einführung	v
1 Definitionen, Hintergrund und Motivation	1
1.1 Grundbegriffe der Plasmaphysik und Funktionsweise des Tokamaks	1
1.2 Edge localized modes	3
1.3 Motivation zum Simulieren einer lokalisierten Dichtestörung im Plasma	6
1.4 Simulationen mit dem nichtlinearen MHD-Code JOREK	6
2 Konstruktion der Störung und Setup der Simulationen	9
2.1 Konstruktion der Dichtestörung	9
2.2 Auflösungs-Scan	10
3 ELM Simulationen mit initialer Dichtestörung	13
3.1 ELM Simulationen ohne Hintergrundrotation	13
3.1.1 ELM Simulationen mit und ohne anfängliche Dichtestörung	14
3.1.2 Auswirkungen der Amplitude und Lokalisierung der Störung	19
3.2 ELM Simulationen mit Hintergrundrotation	21
3.2.1 Einfluss der diamagnetischen Drift	22
3.2.2 ELM-Crash mit und ohne initiale Dichtestörung	23
3.2.3 Auswirkungen der Amplitude und Lokalisierung der Störung	26
4 Zusammenfassung und abschließende Bemerkungen	29
Literatur	33

Einführung

Die zur Erforschung der Kernfusion verwendeten Tokamakreaktoren arbeiten in der High confinement mode (H-mode) [1]. Diese ist durch die Ausbildung einer Transportbarriere ausgezeichnet, welche den Teilchen- und Wärmetransport in die Randregionen des eingesperrten Plasmas unterdrückt. Dadurch bauen sich hohe Druck- und Temperaturgradienten am Plasmarand auf [2], es entsteht ein sogenanntes „Pedestal“. Hohe Stromdichten in der Randregion werden durch den Bootstrap-Strom hervorgerufen, welcher durch den radialen Druck-Gradienten getrieben wird [3]. Die hohen Gradienten und Stromdichten ermöglichen das Wachstum von Peeling-Ballooning-Instabilitäten [4]. Diese Instabilitäten führen zu einem periodischen Zusammenbruch und Wiederaufbau des Pedestals. Dabei werden Teilchen eruptiv aus dem Plasma ausgestoßen, was als Edge localized mode (ELM) beschrieben wird [1]. Die verursachten Hitzeflüsse könnten die Lebenszeit des Divertors in größeren Fusionsreaktoren wie ITER deutlich verringern[5].

Mithilfe des nichtlinearen MHD-Codes JOREK [6, 7] können ELMs simuliert werden. Diese Simulationen werden üblicherweise mit einer sehr kleinen, globalen Störung des Plasmas initialisiert. Im Experiment treten jedoch auch lokalisierte Dichtestörungen auf, welche entweder durch Turbulenz entstanden sind oder beispielsweise durch den Einschuss von Pellets künstlich herbeigeführt wurden. Lokalisierung und Amplitude dieser Dichtestörungen variieren über einen weiten Bereich. Daher werden in dieser Arbeit ELM Simulationen durchgeführt, bei welchen verschieden starke und unterschiedlich lokalisierte Dichtestörungen das Plasmagleichgewicht zu Beginn der Simulation stören.

Entlang der ursprünglich gestörten Feldlinie wird eine lokalisierte Instabilität beobachtet. Diese Instabilität erreicht zuerst Amplituden, die ausreichen um die Hintergrundprofile des Plasmas zu beeinflussen. Deshalb sättigt die Instabilität hier zuerst, während sie auf benachbarten Feldlinien weiter wächst. Dadurch kommt es in der nichtlinearen Phase zu einem ELM crash, der keine stark lokalisierten Strukturen mehr aufweist.

Kapitel 1

Definitionen, Hintergrund und Motivation

1.1 Grundbegriffe der Plasmaphysik und Funktionsweise des Tokamaks

Eine gängige Definition des Plasmabegriffes ist: „Ein Plasma ist ein quasineutrales Gas an geladenen und neutralen Teilchen, die kollektives Verhalten zeigen“ [8]. Quasineutral bedeutet hierbei, dass das Plasma weitgehend frei von elektrischen Feldern ist. Kollektives Verhalten liegt vor, da der lokale Plasmazustand auch von entfernten Regionen des Plasmas beeinflusst wird (z.B durch die Coulomb-Wechselwirkung). Ein Paradebeispiel für ein natürlich vorkommendes Plasma ist die Sonne. Die Nachbildung der in ihrem Inneren stattfindenden Kernfusion ist die Hauptmotivation der Hochtemperaturplasmaphysik und Fusionsforschung.

Für die Erzeugung von Plasmen wurden eine Reihe von Reaktorkonzepten entwickelt, eines der am weitest fortgeschrittenen ist der Tokamak. Tokamaks beruhen auf dem Prinzip des magnetischen Einschlusses. Sie haben einen torusförmigen Aufbau und sind mit Magnetspulen umgeben, die ein Feld in toroidaler Richtung erzeugen, um die Teilchen mittels der Lorentzkraft einzuschließen [9]. Aus Stabilitätsgründen ist eine helikale Verdrillung des Magnetfeldes notwendig, dieses benötigt daher auch eine Komponente in poloidaler Richtung. Das Magnetfeld hat dann eine Form wie in Abb. 1.1a dargestellt. Üblicherweise ist der Querschnitt nicht kreisförmig, sondern hat eine Gestalt wie in Abb. 1.1b. Man spricht von X-Punkt Geometrie. Innen liegende Feldlinien sind in sich selbst geschlossen und bilden geschlossene Flussflächen, weiter außen liegende Feldlinien beginnen und enden am sogenannten Divertor. Die Flussflächen der offenen Feldlinien sind somit ebenfalls offen. Die geschlossenen bzw. offenen Flussflächen werden durch die Separatrix voneinander getrennt. Die Plasmaschichten außerhalb der Separatrix werden als Scrape-Off-Layer (SOL) bezeichnet. Innen liegt die Highfield-Side, die Außenseite wird Lowfield-Side genannt.

Um das poloidale Magnetfeld zu erzeugen, wird im Plasma ein Strom in toroidaler Richtung induziert, der nach dem ampèreschen Gesetz ein B-Feld in poloidaler

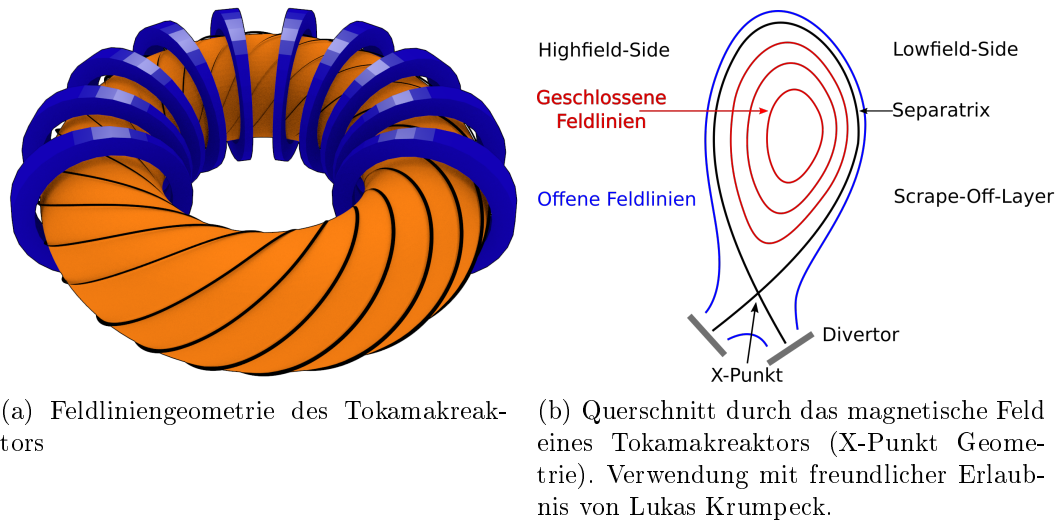


Abbildung 1.1: Magnetische Struktur des Tokamakreaktors

Richtung hervorruft. Aufgrund des ohmschen Widerstandes des Plasmas führt dieser Strom neben dem poloidalen Magnetfeld auch zu einer Aufheizung des Plasmas. Da die Resistivität des Plasmas $\eta \propto T^{-3/2}$ ist, wird die Heizleistung durch den Plasmastrom mit zunehmender Temperatur geringer. Die auf diese Weise erreichbaren Temperaturen sind somit begrenzt. Deshalb wird das Plasma nicht nur über den ohm'schen Widerstand geheizt, sondern auch über Mikrowellen und den Einschuss schneller, neutraler Teilchen, die über Kollisionen im Plasma ihre Energie abgeben[9].

Heutige Tokamak-Reaktoren operieren fast ausschließlich in der sogenannten High confinement mode (H-mode), die 1981 am ASDEX Tokamak entdeckt wurde [1]. Sie wird erreicht, sobald die Heizleistung einen bestimmten Grenzwert überschreitet. Im Gegensatz zur L-Mode ermöglicht sie längere Einschlusszeiten und eine Zentrums-Temperatur des Plasmas. Dies liegt am Aufbau der Rand-Transport-Barriere (Edge Transport Barrier, ETB), in welcher Plasmaturbulenzen unterdrückt sind und so der Transport verringert ist. Aufgrund der ETB bilden sich große Temperatur- und Druckgradienten an den Plasmarändern aus [2]. Der radiale Druckgradient verursacht den sog. Bootstrap-Strom [3] in der Randregion, welcher parallel zum Magnetfeld fließt. Somit liegt in der Randregion eine erhöhte Stromdichte vor.

Eine wichtige Kenngröße von Tokamaks ist der β -Faktor, der als Verhältnis von Plasmadruck zu magnetischem Druck definiert ist:

$$\beta = \frac{p}{p_{mag}} = \frac{nk_bT}{B^2/\mu_0} \quad (1.1)$$

Ein möglichst hohes β ist dabei erstrebenswert, jedoch wird das Plasma mit ho-

hem β zunehmend instabiler, sodass die erreichbaren β -Werte begrenzt sind. Neben einem hohen β -Faktor begünstigen auch die lokal starken Temperatur- und Druckgradienten in der H-mode die Ausbildung von Instabilitäten. Instabilitäten sind sich selbst verstärkende Abweichungen vom Gleichgewichtszustand, deren zeitliche Entwicklung intensiv untersucht wird. Eine besonders stark untersuchte Instabilität sind sogenannte Edge localized modes (ELMs).

1.2 Edge localized modes

Unter Edge localized modes versteht man eine Plasmainstabilität, die am Rand von Tokamak H-mode Plasmen auftritt und einen massiven Ausstoß von Teilchen und Energie zur Folge hat. Ursache hierfür sind die steilen Druck- und Temperaturgradienten in der Randregion des Plasmas, die für die H-mode typisch sind, sowie der Bootstrap-Strom. Temperatur, Druckgradient und Stromdichte wachsen stetig, bis sie einen bestimmten Grenzwert erreichen. Dann führt der Ausstoß von Teilchen und Energie zu einem abrupten Abflachen der Gradienten (sog. ELM-Crash), dient also als Entspannungsreaktion. Im Anschluss bildet sich wieder die H-mode Transportbarriere, die Dichte- und Temperaturgradienten bauen sich wieder auf und der Zyklus wiederholt sich.

ELMs können verschiedenen Typen zugeordnet werden, die sich in Ursache und Häufigkeit unterscheiden[10]. Typ-I-ELMs stehen im Vordergrund der Untersuchungen, da sie bei der Planung zukünftiger Fusionsreaktoren besonders berücksichtigt werden müssen. Einerseits stellen ELMs eine Möglichkeit dar, das Plasma durch die Transportbarriere hindurch von Unreinheiten, wie Ionen, zu befreien. Andererseits sind die beteiligten Bauteile, insbesondere der Divertor, während eines ELMs kurzzeitig sehr hohen und räumlich sehr fokussierten Leistungsdichten ausgesetzt. Für Großprojekte wie ITER wird vermutet, dass Typ-I-ELMs die Lebensdauer des Divertors stark reduzieren würden. Eine Hauptmotivation im Studium von ELMs besteht daher in der Unterdrückung oder Kontrolle von ELMs. Der Einschuss von tiefgekühlten Deuterium-Pellets in das Plasma [11] ist eine Möglichkeit hierfür. Durch den Einschuss werden ELMs künstlich ausgelöst. Die Frequenz, mit der ELMs auftreten, wird also erhöht. Gleichzeitig sinkt allerdings der Energieverlust des Plasmas pro ELM-Ereignis ab, sodass auch die Beanspruchung der Bauteile verringert wird.

Der gesamte ELM-Mechanismus ist noch nicht abschließend verstanden. Eine wichtige Rolle spielen jedoch Peeling-Ballooning-Moden. Peeling-Moden werden durch die Stromdichte in der Randregion getrieben, wohingegen Ballooning-Moden auf den Druckgradienten zurückzuführen sind.[4]

Bevor Peeling-Ballooning-Moden genauer definiert werden können, muss der Begriff der toroidalen Mode und der Modenzahl n geklärt werden. Aufgrund der Periodizität des Torus können Funktionen in toroidaler Richtung in Sinus- und Kosinusterme

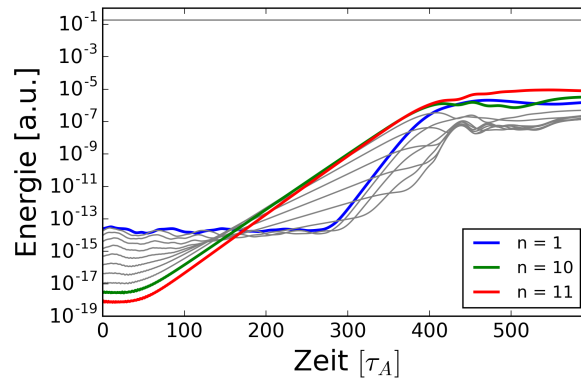


Abbildung 1.2: Beispielhaftes Wachstumsverhalten der magnetischen Energien der einzelnen Moden in einer Simulation. Ab etwa $t = 70\tau_A$ beginnt die $n = 10$ exponentiell zu wachsen. τ_A bezeichnet die Alfvén-Zeit, eine charakteristische Zeit in der Plasmaphysik, für die in dieser Arbeit etwa $\tau_A \approx 6.5 \cdot 10^{-7}\text{s}$ gilt. Die $n = 10$ und $n = 11$ Mode treiben ab etwa $t = 300\tau_A$ die $n = 1$ Mode nichtlinear (frühe nichtlineare Phase). Mit dem Einsetzen der nichtlinearen Sättigungsphase ab $t = 390\tau_A$ verlangsamt sich das Wachstum der $n = 10$ und $n = 11$ Moden. Ab $t = 460\tau_A$ wechselwirken die Moden nur noch untereinander.

(Moden) zerlegt werden. Diese müssen aufgrund der Stetigkeitsbedingungen bei einem Umlauf eine ganze Zahl n an vollständigen Schwingungen durchführen, n ist hierbei die Modenzahl. In toroidaler Richtung existiert somit eine natürliche Zerlegung der physikalischen Größen in Fourierkomponenten. Damit können umgekehrt auch den einzelnen Moden physikalische Eigenschaften wie Energie, Wachstumsrate etc. zugeschrieben werden. Die zeitliche Entwicklung einer Mode lässt sich grob in vier Abschnitte unterteilen (vgl. hierzu Abb. 1.2): Die lineare Phase, die frühe nichtlineare Phase, die nichtlineare Sättigungsphase und die voll nichtlineare Phase [12]. Die lineare Phase ist durch exponentielles Wachstum der Modenenergie mit annähernd konstanter Wachstumsrate geprägt. Moden, welche diese Phase und somit eine positive Wachstumsrate aufweisen, bezeichnet man als instabil. Die frühe nichtlineare Phase ist durch die Wechselwirkung mit anderen Moden gekennzeichnet, welche aufgrund quadratischer Terme in den Gleichungen entsteht. In Folge davon kann die Wachstumsrate subdominanter Moden während dieser Phase signifikant von der Wachstumsrate während der linearen Phase abweichen. In der nichtlinearen Sättigungsphase verlangsamt sich das Wachstum der Moden mit den höchsten Amplituden, bevor die Modenenergien in der voll nichtlinearen Phase in einem gewissen Energiebereich fluktuieren, aber kein nachhaltiges Wachstum mehr aufweisen.

Das abnehmende Wachstum ist darauf zurückzuführen, dass die Instabilitäten die sie antreibenden Strom- und Druckgradienten stören und somit verringern.

Peeling-Ballooning Moden stellen eine Wechselwirkung aus Peeling-Moden und Ballooning-Moden dar. Peeling-Moden werden in erster Linie durch den Bootstrap-Strom getrieben. Dieser fließt in der Randregion des Plasmas und wird durch den radialen Druckgradienten verursacht. Der Bootstrap-Strom ist für das Wachstum von Peeling-Moden mit niedrigen bis mittleren Modenzahlen n verantwortlich, welche die Randregion destabilisieren und damit sowohl die Höhe der Druck- und Temperaturgradienten, als auch den überhaupt erreichbaren Druck begrenzen. Gleichzeitig stabilisiert der Bootstrap-Strom aber auch die sog. Ballooning-Moden mit hohen Modenzahlen. Diese werden durch den Druckgradienten in der Randregion getrieben. Damit wirkt der Bootstrap-Strom einerseits stabilisierend (Ballooning-Moden mit hohem n) und destabilisierend (Peeling-Moden mit niedrigem bis mittlerem n). Diese Beschreibung folgt [13].

Einige experimentelle Beobachtungen zu ELMs, wie Solitary magnetic perturbations (SMPs), lassen sich mithilfe anderer Theorien besser beschreiben [14]. SMPs sind räumlich und zeitlich stark lokalisierte Amplitudenausschläge in der Stärke des radialen Magnetfeldes. Diese können in unmittelbarer zeitlicher Nähe ($100 \mu\text{s}$) eines beginnenden ELM beobachtet werden und mit Explosive-Ballooning-Moden [15] zusammenhängen. Hierbei werden sog. „Flux-Tubes“ betrachtet, dünne Röhren aus einer einzelnen Feldlinie und dem umgebendem Plasma. Solche Tubes können lokal gestört werden, sodass sie sich nach außen wölben und ein fingerartiges Filament bilden, dessen Amplitude langsam wächst. Dies führt zur Verdrängung weiter außen liegender Tubes, welche sich deshalb teilen müssen, um das Filament durch zu lassen. Aus einer Betrachtung der auf die Tube wirkenden Kräfte kann gezeigt werden, dass ein sich selbst verstärkendes Wachstum des Dichtefilamentes auftreten kann. Dieses wird dabei senkrecht zu den Feldlinien immer dünner und destabilisiert andere Feldlinien, aus denen ebenfalls Filamente wachsen können. Dabei „unterdrückt ein dominantes Filament das Wachstum der anderen Filamente“ [15]. Im Gegensatz zu Peeling-Ballooning-Moden, die entlang der gesamten Lowfield-Side beobachtet werden können, sagt die Theorie der Explosive-Ballooning-Moden einzelne Strukturen vorher, die poloidal stark lokalisiert sind.

Ein dritter an ELMs beteiligter Mechanismus, der später in den Simulationen deutlich zu erkennen sein wird, ist die nichtlineare Modenkopplung. Darunter versteht man die Wechselwirkung zwischen mehreren Moden mit unterschiedlichen Modenzahlen n . Dabei findet aufgrund quadratischer Terme in den Gleichungen ein Energietransfer zwischen den beteiligten Moden statt [12], was sich wiederum auf die Wachstumsraten auswirkt. Insbesondere können so stabile oder schwach instabile Moden auf Energien anwachsen, die mit denen dominanter Moden vergleichbar sind [16]. In Abb. 1.2 ist exemplarisch gezeigt, wie sich die Energien während der Kopplung verhalten. Die Moden mit $n = 11$ und $n = 10$ treiben ab etwa $t = 300\tau_A$ die

$n = 1$ Mode nichtlinear. Mit der Kopplung geht eine räumliche Überlappung der Moden einher, d.h. die Bereiche, in denen die einzelnen Moden eine besonders hohe Amplitude haben, fallen zusammen.

Mithilfe nichtlinearer Modenkopplung kann unter anderem die hohe Amplitude der $n = 1$ Mode in magnetischen Störungen während ELM-Crashes erklärt werden [17]. Lineare Stabilitätsbetrachtungen lassen deutlich höhere Modenzahlen erwarten. Die $n = 1$ Mode wird jedoch nichtlinear von Moden mit höherer Modenzahl getrieben. Nicht nur während eines ELM-Crashes, sondern auch in der Phase zwischen zwei aufeinander folgenden ELMs spielt nichtlineare Modenkopplung eine Rolle [18]. Im Experiment konnte eine große räumliche Nähe der beteiligten Moden nachgewiesen werden, was im Einklang zu den Simulationsergebnissen steht.

1.3 Motivation zum Simulieren einer lokalisierten Dichtestörung im Plasma

Bei allen genannten Prozessen spielen lokalisierte Strukturen eine zentrale Rolle. Insbesondere die Theorie der Explosive-Ballooning-Moden nimmt bereits eine lokalisierte Störung als Ausgangslage an. Damit ist es naheliegend, die Auswirkungen solcher Störungen gezielt zu betrachten. Lokalisierte Dichtestörungen können rein statistisch als Turbulenz auftreten oder experimentell herbeigeführt werden, etwa durch Pellet-Einschuss. Die hierdurch hervorgerufenen Störungen sind jedoch von völlig unterschiedlicher Stärke und Ausdehnung. In der Vergangenheit wurden vor allem stark lokalisierte Dichtestörungen mit hoher Amplitude untersucht [19]. Der allgemeine Einfluss der Amplitude und Lokalisierung der Störung wurde jedoch nicht näher betrachtet. Dies soll in der vorliegenden Arbeit geschehen.

1.4 Simulationen mit dem nichtlinearen MHD-Code JOREK

Alle Simulationen wurden mit dem JOREK Code durchgeführt [6]. JOREK ist ein nichtlinearer Magnetohydrodynamik (MHD) Code, der die Simulation des Plasmas in realistischer X-Punkt Geometrie ermöglicht. Für Simulationen zerlegt JOREK den Raum in poloidaler Ebene in Bezier-Finite-Elemente [7], die eine effiziente Anpassung an die gekrümmten Feldlinienverläufe erlauben (siehe Abb. 1.3). In toroidaler Richtung findet eine Zerlegung in Fourier-Komponenten statt. Mithilfe der MHD-Gleichungen und der Stetigkeitsbedingungen zwischen den einzelnen Elementen lässt sich dann ein großes lineares Gleichungssystem in Form einer dünnbesetzten Matrix aufstellen, deren Lösung näherungsweise die Veränderung der physikalischen Größen im nächsten Zeitschritt beschreibt. Als Randbedingung wird eine perfekt leitende

Wand angenommen, an der alle Störungen verschwinden [7]. Andere Randbedingungen sowie eine Vielzahl an verschiedenen physikalischen Modellen existieren.

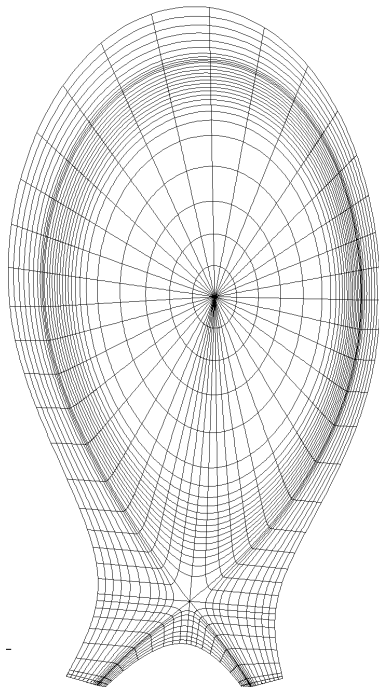


Abbildung 1.3: Zerlegung der Ebene in Bézier-Flächen in JOREK. Die Anpassung an die Feldlinienverläufe wird im Vergleich mit Abb. 1.1b deutlich.

Um Speicher und Rechenleistung zu sparen, bietet JOREK die Möglichkeit, nicht alle physikalischen Größen und nur vereinfachte Gleichungen der MHD (reduzierte MHD) zu betrachten. Die reduzierte MHD in JOREK beruht im Wesentlichen auf der Annahme, dass das Magnetfeld in toroidaler Richtung so stark ist, dass es als zeitlich konstant angesehen werden kann. Außerdem hat die Geschwindigkeit eines Fluidelementes die Form

$$\mathbf{v} = v_{\parallel} + \mathbf{v}_{\perp} \quad (1.2)$$

wobei \mathbf{v}_{\parallel} die Geschwindigkeit entlang der magnetischen Feldlinien ist und \mathbf{v}_{\perp} senkrecht dazu. Aufgrund der helikalen Verdrillung der Magnetfeldlinien hat \mathbf{v}_{\perp} auch eine toroidale Komponente, bei diesem Ansatz soll \mathbf{v}_{\perp} jedoch auf die poloidale Ebene beschränkt sein. [20]

In dieser Arbeit wurden zwei unterschiedliche physikalische Modelle verwendet. Das einfachere von beiden („Modell 199“) betrachtet die folgenden Größen: ψ (poloidaler magnetischer Fluss), u (Stromfunktion, welche bis auf einen Faktor dem elek-

trischen Potential entspricht), j (toroidale Stromdichte), ω (toroidale Wirbelstärke), ρ (Dichte) und T (Temperatur). v_{\parallel} wird als 0 angenommen.

Das andere verwendete Modell („Modell 303“) berücksichtigt v_{\parallel} und zusätzlich noch diamagnetische Hintergrundströmungen, welche das Plasma rotieren lassen. Die diamagnetische Geschwindigkeit ist durch

$$\mathbf{v}_{dia,ion} = -\frac{\nabla p \times \mathbf{B}}{enB^2} \quad (1.3)$$

gegeben. n ist hierbei die Teilchendichte. Aufgrund der Abhängigkeit vom Druckgradienten spielt die diamagnetische Drift vor allem im Randbereich des Plasmas eine Rolle.

Über den Parameter τ_{IC} wird im „Modell 303“ die diamagnetische Drift sowie eine $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ -Hintergrundrotation mit

$$\mathbf{v}_{ExB} = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2} \quad (1.4)$$

angeschaltet. Beide Effekte können über den Wert von τ_{IC} variiert werden. Die Simulationen starten von einem Plasmagleichgewicht aus, welches typischerweise aus experimentellen Daten rekonstruiert wird. Von dem Gleichgewicht aus werden die Simulationen normalerweise mit einer kleinen, nicht lokalisierten Anfangsstörung initialisiert.

Kapitel 2

Konstruktion der Störung und Setup der Simulationen

Um den Einfluss der Dichtestörung auf das Plasma sinnvoll untersuchen zu können, ist es nötig, zunächst deren Gestalt und Kenngrößen festzulegen. Darüber kann festgelegt werden, wie viele Fourierkomponenten in toroidaler Richtung, also welche Moden, berücksichtigt werden müssen. Zuletzt muss die nötige poloidale Auflösung bestimmt werden.

2.1 Konstruktion der Dichtestörung

Eine Störung wird in das Gleichgewicht eingebracht, indem ihre Dichte direkt auf das Plasmagleichgewicht addiert wird. In der poloidalen Ebene ist die Störung kreisförmig mit gaußförmigem Dichteprofil. Auch in toroidaler Richtung hat die Störung ein gaußförmiges Profil. In toroidaler Richtung bestimmt die Anzahl der Fourierkomponenten, wie genau die Störung lokalisiert werden kann. Für eine sehr lokalisierte Störung ist daher eine große Anzahl an Fourierkomponenten nötig, was wiederum einen hohen Bedarf an Speicher und Rechenleistung nach sich zieht. Die gewählten Moden von $n = 0$ bis $n = 11$ stellen einen Kompromiss zwischen toroidaler Lokalisierung und Rechenkosten dar.

Die Parametrisierung der Störung findet über zwei Größen statt. Die Amplitude $\frac{\Delta\rho}{\rho_{max}}$ gibt die Dichte der Störung relativ zur Zentrumsdichte des Gleichgewichtszustandes an. Der zweite Parameter, $\Delta\phi$, bestimmt die Ausdehnung in toroidaler Richtung. Als Ausdehnung der Störung wird hierbei die Länge bezeichnet, entlang der die Dichtestörung größer als 70% ihres Maximalwertes ist. Für die später verwendeten Moden $n = 0, \dots, 11$ beträgt die minimale Länge 17° .

Die Störung wird initialisiert, sobald eine Simulation von einem vorgegebenen Plasmagleichgewicht aus gestartet wird. Die verwendete Implementierung erlaubt neben dem Festlegen der Amplitude und der Lokalisierung außerdem das Festlegen der Position und des Radius in der poloidalen Ebene. Andere Größen als die Dichte werden der Einfachheit halber nicht gestört. Hierin unterscheidet sich die Implementierung von der in [21] durchgeführten Betrachtung. In dieser wurde das Temperaturprofil

derart angepasst, dass das Druckprofil trotz der Dichtestörung unverändert blieb. Somit wurde mit der Dichtestörung keine zusätzliche Energie in das Plasma eingebracht. Dies ist in der vorliegenden Arbeit jedoch der Fall.

2.2 Auflösungs-Scan

Um eine sinnvolle poloidale Auflösung zu ermitteln, wurde ihr Einfluss auf die Wachstumsraten der magnetischen Energien der einzelnen Moden untersucht. Die Auflösung soll so gewählt werden, dass sie die Wachstumsraten nicht mehr nennenswert beeinflusst.

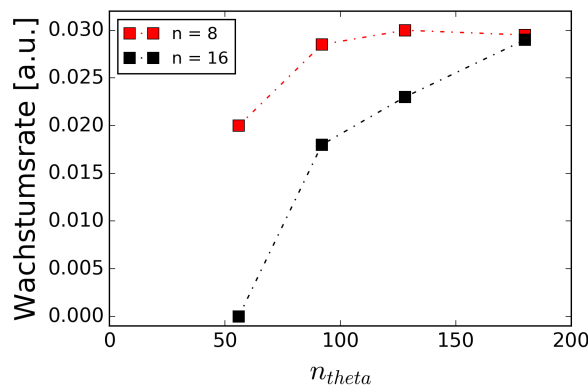


Abbildung 2.1: Abhängigkeit der Wachstumsrate für die 8. bzw. 16. toroidale Harmonische von der poloidalen Auflösung. Hintergrundrotation und v_{\parallel} wurden berücksichtigt.

Die Wachstumsraten steigen mit zunehmender Auflösung zunächst stark an, bis sie konvergent sind. Noch höhere Auflösungen verändern die Wachstumsrate dann nicht mehr. Welche Auflösung ausreicht, hängt jedoch von der Modenzahl ab. Höhere Modenzahlen entsprechen feineren Strukturen und benötigen eine höhere poloidale Auflösung. Für Simulationen, die eine große Bandbreite an Moden umfassen, ist es wünschenswert, dass auch die hohen Moden nicht durch eine zu geringe Auflösung im Wachstum unterdrückt werden.

Abb. 2.1 zeigt die Abhängigkeit der Wachstumsrate von n_{theta} , der Anzahl der poloidalen Gitterpunkte für die 8. bzw. 16. Harmonische. Die Wachstumsraten sind mit der Alfvén-Zeit τ_A normiert: $\gamma_{SI}[s^{-1}] = \gamma/\tau_A$. τ_A hat in dieser Simulation den Wert $\tau_A \approx 0,65\mu s$. Es ist deutlich zu erkennen, dass die Wachstumsrate für $n=8$ nicht mehr wesentlich von n_{theta} abhängt. Für $n=16$ ist noch keine vollständige Konvergenz zu erkennen. Allerdings wächst der Bedarf an Arbeitsspeicher mit der Auflösung stark an, sodass Simulationen mit vielen Moden und hoher Auflösung sehr

teuer werden. Für die folgenden Simulationen wurde deshalb $n_{theta} = 128$ bei einer maximalen Modenzahl von $n = 11$ verwendet. Die poloidale Ebene wurde damit in insgesamt 11757 Bezier-Elemente unterteilt. Von den übrigen Parametern ist noch die Resistivität η erwähnenswert. Diese hatte einen Wert von $\eta = 3.88 \cdot 10^{-6} \Omega m$. Damit liegen die Werte deutlich über experimentellen Werten. Realistische Resistivitäten können mit der verwendeten Auflösung nicht simuliert werden.

Kapitel 3

ELM Simulationen mit initialer Dichtestörung

Der Einfluss der Dichtestörung auf das Plasma und die Auswirkungen der unterschiedlichen Parameter wurden in zwei verschiedenen Szenarien untersucht: Einmal ohne Berücksichtigung der Hintergrundrotation und einmal mit Berücksichtigung der Hintergrundrotation. Um die Effekte der verschiedenen Amplituden und Lokalisierungen abschätzen zu können, wurde in beiden Fällen ein Parameter-Scan über die Amplitude und Ausdehnung der Störung durchgeführt. Simuliert wurden acht bzw. sechs Kombinationen aus Amplitude und Lokalisierung, hinzukommen Simulationen mit kleineren Zeitschritten zur Untersuchung der Anfangsphase, Bestimmung eines Gleichgewichtes als Startzustand, Simulationen eines Plasmas ohne anfängliche Störung etc. Als Simulationen ohne Dichte- bzw. Anfangsstörung werden Simulationen bezeichnet, welche, wie in JOREK üblich, mit einer sehr kleinen, globalen Störung initialisiert wurden. Für eine einzelne Simulation waren aufgrund des hohen Bedarfs an Arbeitsspeicher 12 Compute-Nodes mit je 32 Prozessorkernen und 128 GB RAM nötig. Die Laufzeit der Simulationen mit Anfangsstörung betrug etwa 12h bis 36h.

3.1 ELM Simulationen ohne Hintergrundrotation

In einer ersten Reihe von Simulationen wurde die Auswirkung der Dichtestörung auf die zeitliche Entwicklung des Plasmas untersucht, wobei die Hintergrundrotation vernachlässigt wurde. Dafür wurde ein Parameter-Scan über die Amplitude und Lokalisierung der Anfangsstörung durchgeführt, sowie das anfänglich ungestörte Plasma simuliert. Abb. 3.1 gibt einen Überblick über die Simulationen mit initialer Dichtestörung. Jeder Punkt steht dabei für eine Simulation mit anfänglicher Störung, deren Amplitude und Lokalisierung durch die Koordinaten gegeben ist. Dieser Graph dient gleichzeitig als Legende für Abb. 3.8a und Abb. 3.8b. Es wird eine Farb- und Symbolkodierung verwendet: von Grün über Gelb nach Rot steigt die Amplitude bei einer konstanten Lokalisierung von 21° (∇). Von Hellblau nach Lila steigt die Lokalisierung bei konstanter Amplitude von 0,06 (Δ). Die betrachteten Amplituden (Verhältnis von Störungsdichte zu Zentrumsdichte) haben die Werte $\Delta\rho/\rho_0 = [0,0001; 0,01; 0,06;$

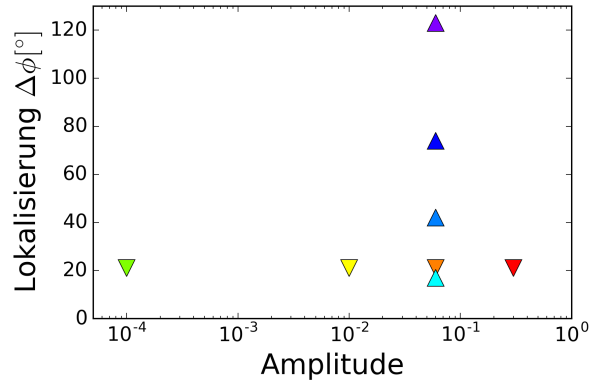


Abbildung 3.1: Übersicht aller Simulationen mit Dichtestörung im Parameter-Raum. Die Koordinaten legen jeweils Amplitude und Lokalisierung der Dichtestörung fest.

0,3] und die toroidalen Lokalisierungen $\Delta\phi = [17^\circ; 21^\circ; 41^\circ; 74^\circ; 123^\circ]$. Die Störung befindet sich jeweils in der Mittelebene nahe des Plasmarandes, siehe Abb. 3.6.

3.1.1 ELM Simulationen mit und ohne anfängliche Dichtestörung

Gegenübergestellt werden zunächst zwei Simulationen, eine mit und eine ohne initiale Dichtestörung. In der Simulation mit Dichtestörung betrug die Amplitude 0,0001 bei einer Ausdehnung von 21° .

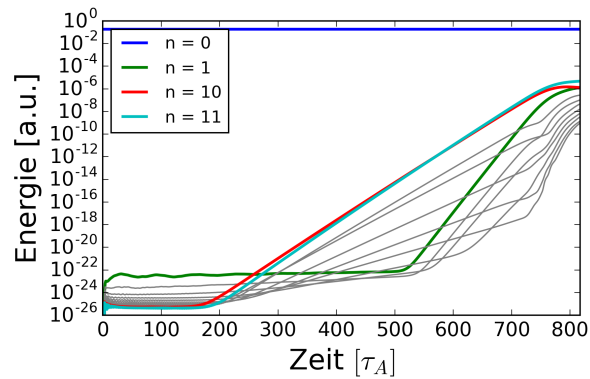


Abbildung 3.2: Zeitliche Entwicklung der magnetischen Modenenergien in einer Simulation ohne initiale Dichtestörung. Die $n = 10$ und $n = 11$ Mode treiben ab $t = 515\tau_A$ die $n = 1$ Mode nichtlinear. Die Energie des achsensymmetrischen Anteils liegt deutlich über der der $n \neq 0$ Moden.

Simulation ohne anfängliche Dichtestörung Die Zeitentwicklung der magnetischen Energien der einzelnen Moden in der Simulation ohne lokalisierte Störung ist in Abb. 3.2 gezeigt. Die Wachstumsraten betragen ab $n = 3$ $\gamma = [0,007; 0,011; 0,017; 0,022; 0,028; 0,032; 0,036; 0,039; 0,041]$. Die $n = 10$ und $n = 11$ Moden weisen somit die höchsten Wachstumsraten auf und treiben ab $t = 515\tau_A$ die $n = 1$ Mode nichtlinear, zu späteren Zeitpunkten werden auch die nächsthöheren Moden getrieben. Lediglich die $n = 1$ und $n = 2$ Moden sind linear stabil. Ab $t = 765\tau_A$ kündigt sich die Sättigungsphase für die dominanten Moden bei einer Energie von $E \approx 10^{-6}$ [a.u.] an. Diese ist immer noch weitaus niedriger als die Energie des achsensymmetrischen Anteils des Plasmas. Bis etwa $t = 700\tau_A$ zeigt die Plasmadichte keine nennenswerte Abweichung vom Gleichgewichtszustand, dann beginnen Dichtefilamente in radialer Richtung aus dem Plasma heraus zu wachsen (siehe hierzu Abb. 3.3), welche sich von der hohen Dichte im Plasmazentrum ablösen. Diese radia-

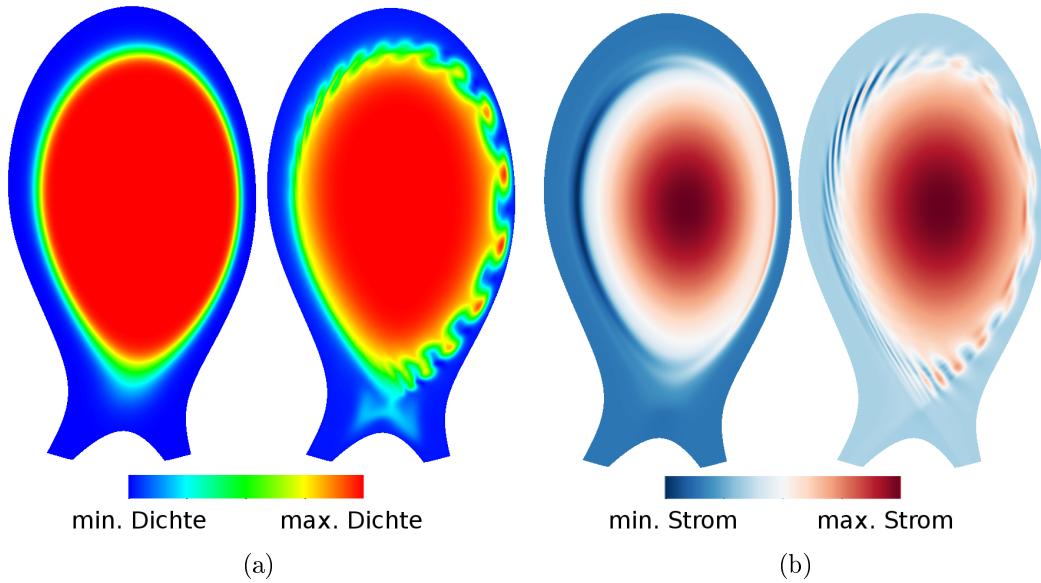


Abbildung 3.3: Plasmadichte a) und Plasmastrom b) in der Simulation ohne Dichtestörung zu den Zeiten $t = 0\tau_A$ (links) und $t = 794\tau_A$ (rechts). Die linearen Farbskalen werden für alle kommenden Darstellung der Dichte und des Stromes verwendet.

le Bewegung wird durch die $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ -Drift hervorgerufen [16]. Die poloidale Breite der Filamente in der äußeren Mittelebene lässt sich zu etwa 20 cm bestimmen, die maximale Dichte der einzelnen Filamente unterscheidet sich kaum. Vernachlässigt man den achsensymmetrischen Anteil des Plasmas, betrachtet also nur Moden mit $n \neq 0$, kann man erkennen, dass das Wachstum der Dichtefilamente bereits bei $t = 195\tau_A$ einsetzt. Dies geschieht somit zeitgleich mit dem Beginn der linearen Phase der $n = 10$

und $n = 11$ Moden. Daraufhin entstehen entlang der Lowfield-Side ballooning-artige Strukturen (vgl. Abb. 3.5b und 3.5c). Diese Strukturen zeichnen sich u.a. durch eine erhöhte Dichte aus und folgen den Feldlinien in toroidaler Richtung, vergleichbar mit Abb. 3.13a. Sie werden durch den Druckgradienten getrieben. Mit Beginn der Sättigungsphase bilden sich entlang der oberen Highfield-Side lokalisierte Strukturen mit stark erhöhter Stromdichte (vgl. hierzu wiederum Abb. 3.3).

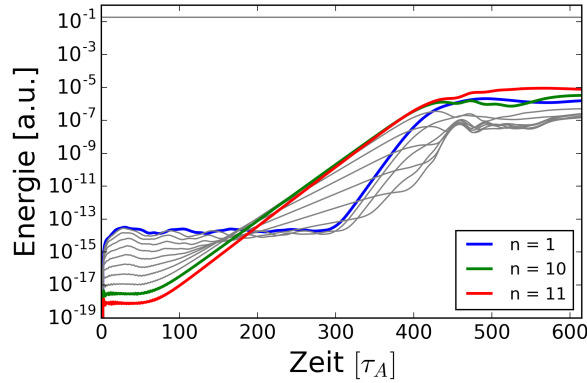
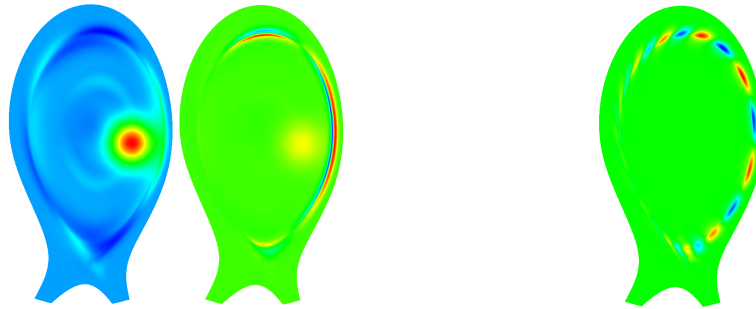


Abbildung 3.4: Entwicklung der magnetischen Modenenergien bei einer Anfangsstörung des Plasmas mit einer Amplitude von 0,001 und einer Lokalisierung $\Delta\phi$ von 21° .

Simulation mit anfänglicher Dichtestörung (Amplitude: 0,0001; $\Delta\phi: 21^\circ$) In der Simulation mit anfänglicher Dichtestörung entwickeln sich die magnetischen Energien der einzelnen Moden wie in Abb. 3.4 dargestellt. Die charakteristischen Phasen der zeitlichen Entwicklung der Modenenergien sind deutlich ausgeprägt. Die Wachstumsraten betragen beginnend mit $n = 4$ $\gamma = [0,010; 0,017; 0,023; 0,028; 0,033; 0,036; 0,039; 0,041]$. Die maximale Differenz zwischen den Wachstumsraten zweier Moden mit gleicher Modenzahl in den Simulationen mit und ohne Anfangsstörung beträgt 0,001. Der Unterschied ist somit vernachlässigbar.

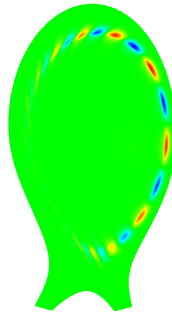
Auch in diesem Fall wird die $n = 1$ Mode nichtlinear getrieben (ab etwa $t = 300\tau_A$) und erreicht in der Sättigungsphase vergleichbare Energien wie die dominanten Moden mit $n = 10$ und $n = 11$. Sie ist dort lokalisiert, wo die $n = 10$ und $n = 11$ Mode jeweils ihre größte Amplitude haben (vgl. 3.5). Dies belegt die nichtlineare Wechselwirkung der $n = 1$ Mode.

Zu späteren Zeitpunkten werden die anderen Moden mit niedrigen und mittleren Modenzahlen durch die hochzahligen Moden ebenfalls beeinflusst. Der nicht-achsensymmetrischen Anteil der Dichte des Plasmas zu den Zeitpunkten $t = 100\tau_A$, $t = 140\tau_A$, $t = 180\tau_A$ und $t = 390\tau_A$ ist in Abb. 3.6 zu sehen.



(a) Anteil der Dichtestörung des Plasmas, der ausschließlich von der $n = 1$ Mode hervorgerufen wird.

(b) Dichtestörung der $n = 10$ Mode, ballooning-artige Strukturen.



(c) Dichtestörung der $n = 11$ Mode, ballooning-artige Strukturen.

Abbildung 3.5: Dichteverteilung der $n = 1$, $n = 10$ und $n = 11$ Moden. Für $n = 1$ sind die Zeitpunkte $t = 245\tau_A$ und $t = 300\tau_A$ gezeigt. Mit dem Einsetzen der nichtlinearen Wechselwirkung der Moden verschiebt sich die Aktivität der $n = 1$ Mode in den Randbereich. Für $n = 10$ und $n = 11$ ist $t = 300\tau_A$ dargestellt, ihre Modenstruktur bleibt unverändert.

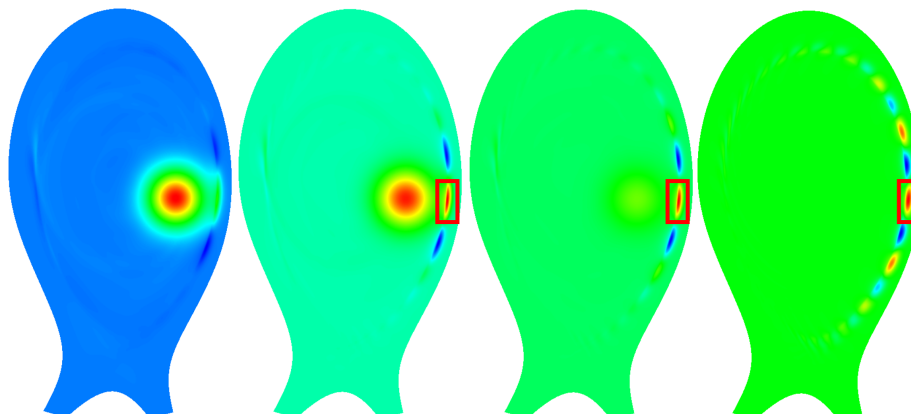


Abbildung 3.6: Entwicklung des nicht-achsensymmetrischen Teils der Dichte zu den Zeiten $t = 100\tau_A$, $t = 140\tau_A$, $t = 180\tau_A$ und $t = 390\tau_A$. Entlang der gesamten Lowfield-Side bilden sich Ballooning-Strukturen aus. Die durch die anfängliche Dichtestörung ausgezeichnete Feldlinie (rote Markierung) weist die stärkste Störung auf.

Die ursprüngliche Dichtestörung bleibt in Abb. 3.6 bis etwa $t = 140\tau_A$ deutlich zu erkennen. Anschließend bilden sich Strukturen mit höherer Dichtestörung, sodass die ursprüngliche Störung auf der Skala verschwindet. Die Position der maximalen Dichtestörung bleibt aufgrund der vernachlässigten Hintergrundrotation unverändert. In toroidaler Richtung findet in dieser Simulation („Modell 199“) keine schnelle Ausbreitung statt, da $v_{\parallel} = 0$ ist. Die Störung verursacht einen lokal erhöhten Druckgradienten, sodass sich eine lokalisierte Ballooning-Mode bildet (Abb. 3.7). Daneben formen sich benachbarte Ballooning-Strukturen, welche ebenfalls dem Flussflächenbündel helikal folgen.

Diese weisen jedoch eine niedrigere Amplitude auf, als die ursprüngliche Ballooning-Mode. Aufgrund der hohen Amplitude setzt die Sättigung auf dem ursprünglich gestörten Flussbündel zuerst ein, während die benachbarte Störung weiterwächst, sodass sich die Lokalisierung verringert.

Die durch die Dichtestörung verursachte Temperaturstörung breitet sich aufgrund der hohen parallelen Wärmeleitfähigkeit des Plasmas deutlich schneller als die Dichtestörung aus. Sie folgt ebenfalls dem Flusslinienbündel. Ab etwa $t = 365\tau_A$ und damit noch vor der Sättigungsphase beginnen Dichtefilamente aus dem Plasma zu wachsen. Diese weisen wie in der Simulation ohne initiale Dichtestörung eine poloidale Breite von etwa 20cm in der Mittelebene auf.

Die durch die Anfangsstörung angeregte Ballooning-Mode bleibt während der gesamten Simulation über bestehen. Ausdehnung, Gestalt und Anzahl der Filamente, welche aus dem Plasma wachsen bleiben jedoch unverändert. Aufgrund der höheren Anregungsenergien erreichen die Moden die Sättigungsphase bereits deutlich früher

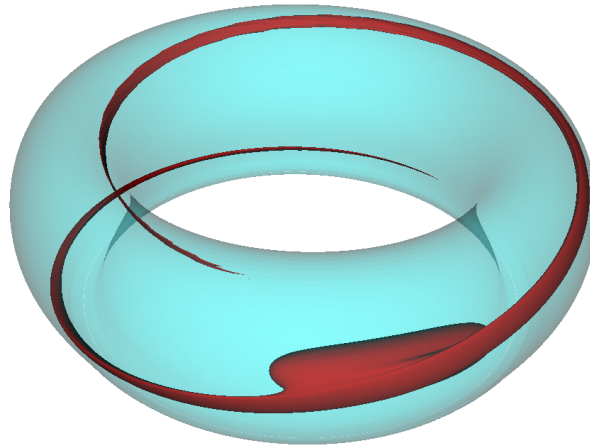
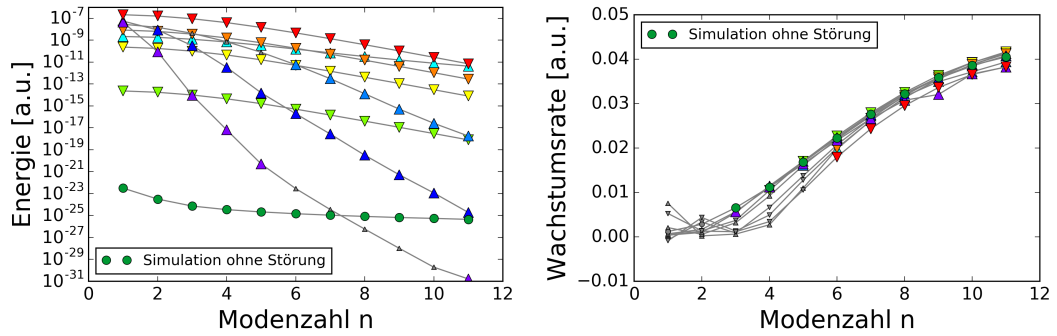


Abbildung 3.7: Nicht-achsenymmetrischer Teil der Dichtestörung mit Amplituden größer 20% der maximalen Dichtestörung (rot), die ursprüngliche Dichtestörung ist deutlich zu sehen. Die durch die Anfangsstörung verursachte Ballooning-Mode folgt dem Flussflächenbündel in toroidaler Richtung und bildet eine helikale Struktur. $t = 100\tau_A$.

als in der Simulation ohne Störung, die Wachstumsraten ändern sich nur schwach. Die Energie, bei der die Sättigungsphase einsetzt bleibt ebenfalls unverändert bei etwa $E \approx 10^{-6}$.

3.1.2 Auswirkungen der Amplitude und Lokalisierung der Störung

Erste Rückschlüsse auf die Auswirkungen der unterschiedlichen Amplituden und Lokalisierungen lassen sich aus den Modenstrukturen der einzelnen Simulationen ziehen. Um diese vergleichen zu können, sind in Abb. 3.8a und Abb. 3.8b die Spektren der Anregungsenergien und der Wachstumsraten während der linearen Phase dargestellt. Die Energiespektren wurden erstellt, indem das arithmetische Mittel der Modenenergien vor dem Einsetzen der linearen Wachstumsphase gebildet wurde. Analog wurde für die Spektren der Wachstumsraten vorgegangen. Bei den Anregungsenergien ist zu erkennen, dass Simulationen, deren Anfangsstörung die gleiche Lokalisierung haben (vgl. hierzu Abb. 3.8a und Abb. 3.14a), qualitativ gleiche Anregungsspektren besitzen. Diese Beobachtung kann mit der Art und Weise, wie die Störung konstruiert wird, erklärt werden. Die einzelnen Harmonischen werden dabei mit den entsprechenden Fourierkoeffizienten der Gaußkurve als Amplitude initialisiert. Der Verlauf des Spektrums wird somit durch die Form der Störung, in diesem Fall also durch die Ausdehnung, bestimmt. Die Amplitude skaliert die Koeffizienten lediglich und verschiebt das Spektrum vertikal. Die Wachstumsraten (Abb. 3.8b) zeigen eine klei-



(a) Spektrum der gemittelten Energien vor der linearen Wachstumsphase. (b) Spektrum der Wachstumsraten während der linearen Phase.

Abbildung 3.8: Spektren der Anregungsenergien und Wachstumsraten. Datenpunkte wurden „ausgegraut“, falls die entsprechende Mode eine zu stark schwankende Anregungsenergie bzw. lineare Wachstumsphase aufweist. Die $n = 0$ Mode wurde aufgrund ihrer großen Energie aus dem ersten Spektrum ausgeschlossen. Diese betrug etwa $E_0 = 0.18[\text{a.u.}]$. Als Legende dient Abb. 3.1. Die Kodierung ist: von Grün über Gelb nach Rot (∇) steigt die Amplitude bei einer Ausdehnung Lokalisierung von 21° , von Hellblau nach Lila (\triangle) steigt die Ausdehnung bei einer Amplitude von 0,06.

ne Streuung, welche möglicherweise auf den Mittelungsprozess zurückzuführen ist. Davon abgesehen zeigen sie ein universelles Verhalten, scheinen also von den Anfangsparametern der Störung unabhängig zu sein. Lokal weisen die Moden jedoch deutliche Unterschiede in der Struktur auf. Die Wachstumsraten der Moden in der Simulation ohne Störung zeigen vergleichbare Amplituden wie die Wachstumsraten in Simulationen mit Störung.

Die Zeitentwicklung der Plasmadichte verläuft bei allen Simulationen mit Störung ähnlich. Die von der Anfangsstörung hervorgerufene Ballooning-Struktur am Plasmarand bleibt bestehen (Abb. 3.7), bevor sie sich radial nach außen bewegt und dabei ein Filament bildet. Entlang der gesamten Lowfield-Side wachsen ebenfalls Filamente, welche zuerst eine niedrigere Amplitude aufweisen. Da die Sättigung in dem durch die Dichtestörung beeinflussten Flussflächenbündel zuerst einsetzt, verringern sich die Unterschiede der Dichte zwischen den verschiedenen Flussflächenbündeln und die Lokalisierung reduziert sich. Abhängig von der Amplitude und der Lokalisierung der Störung sind jedoch die Zeitspannen bis zum Wachsen der Filamente und zum Eintreten der Sättigungsphase. Dies ist verständlich, da Amplitude und Lokalisierung der Anfangsstörung das Spektrum der Anregungsenergien festlegen und

somit aufgrund der unabhängigen Wachstumsraten die Energien während der frühen nichtlinearen Phase und zu Beginn der Sättigungsphase bestimmen.

3.1.2.1 Variation der Amplitude bei konstanter Lokalisierung

Für stark lokalisierte Anfangsstörungen mit einer Ausdehnung von 21° ruft die Amplitude keinen qualitativen Unterschied in der Entwicklung der Plasmadichte, Stromdichte oder Temperatur hervor. Auch die poloidale Lokalisierung der Dichtefilamente wird von der Amplitude nicht beeinflusst. Die Modenstrukturen unterscheiden sich lediglich in der Länge der linearen Phase, eine verstärkte Wechselwirkung zwischen den einzelnen Moden tritt nicht auf. Ein Unterschied ergibt sich bei den dominanten Moden: Je niedriger die Anfangsamplitude, desto höher die Modenzahl dieser zu Beginn der Sättigungsphase. Die dominante Mode verschiebt sich von $n = 11$ für eine Amplitude von 0,0001 zu $n = 9$ für eine Amplitude von 0,3.

3.1.2.2 Variation der Lokalisierung bei konstanter Amplitude

Aufgrund der unterschiedlichen Anregungsspektren zeigen die Simulationen mit einer Amplitude von 0,06 bei verschiedenen Lokalisierungen eine größere Varianz in den Zeitentwicklungen der Modenenergien. Für wenig lokalisierte Anfangsstörungen liegen die $n = 1$ und $n = 2$ Moden bereits im Energiebereich der Sättigungsphase, während die instabilen Moden mit hohen Modenzahlen die übliche lineare Phase aufweisen. Vor der Sättigungsphase kommt es in diesen Fällen zu keiner Wechselwirkung zwischen den einzelnen Moden. Für stark lokalisierte Anfangsstörungen findet eine Wechselwirkung der Moden statt, sodass auch die ursprünglich stabilen Moden den Bereich der Sättigungsenergie erreichen. Die Wechselwirkung verursacht jedoch keine stärker lokalisierten Strukturen, zu Beginn der nichtlinearen Sättigungsphase ist sowohl für große als auch kleine Ausdehnungen keine lokalisierte Dichtestörung mehr erkennbar. Eine Variation der Lokalisierung der Anfangsstörung im untersuchten Bereich scheint bei diesem physikalischen Modell somit keinen nachhaltigen Einfluss auf die Plasmaentwicklung zu haben.

3.2 ELM Simulationen mit Hintergrundrotation

Eine realistischere Simulation der ELM-Entwicklung ist durch die Berücksichtigung der Hintergrundrotation und parallelen Geschwindigkeit möglich. Abb. 3.9 zeigt auf dieselbe Art und Weise wie 3.1 alle Simulationen im Parameterraum. Es wird dieselbe Kodierung wie zuvor verwendet: von Grün nach Rot über Orange steigt die Amplitude bei einer Lokalisierung von 21° (∇), von Hellblau nach Lila steigt die Ausdehnung bei einer Amplitude von 0,06 (Δ). Die betrachteten Amplituden haben die Werte [0,0001; 0,06; 0,3] und die Lokalisierungen $\Delta\phi$ [17° ; 21° ; 41° ; 123°] Bevor

Simulationen mit initialer Dichtestörung durchgeführt wurden, wurde der Einfluss des τ_{IC} -Parameters auf die Wachstumsraten simuliert.

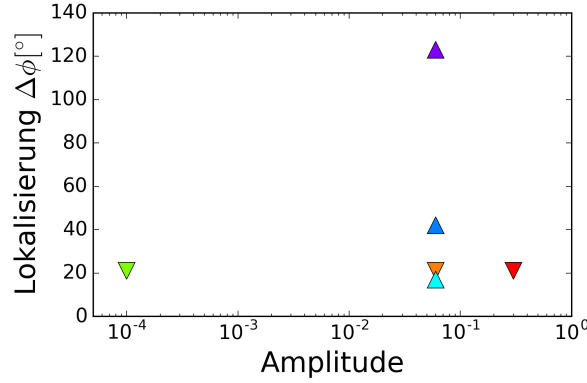


Abbildung 3.9: Übersicht über die unter Berücksichtigung der Plasmarotation (Modell 303) gemachten Simulationen im Parameterraum der Störung.

3.2.1 Einfluss der diamagnetischen Drift

Um die Effekte der $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ -Hintergrundrotation und der diamagnetischen Drift auf die Wachstumsraten während der linearen Phase zu untersuchen, wurde für jeweils $n = 1$ bis $n = 8$ nur das Paar aus den Harmonischen $(0, 2n)$ ohne lokalisierte Störung simuliert. Dies wurde für $\tau_{IC} = 0.0$, $\tau_{IC} = 5.0 \cdot 10^{-3}$ und $\tau_{IC} = 1.5 \cdot 10^{-2}$ durchgeführt. Die Resultate sind in Abb. 3.10 gezeigt. Für $\tau_{IC} = 1.5 \cdot 10^{-2}$ stellt sich eine qualitative Veränderung der Wachstumsraten gegenüber $\tau_{IC} = 5.0 \cdot 10^{-3}$ und $\tau_{IC} = 0.0$ ein: Sie sind nicht mehr zeitlich konstant, sondern fallen bis zur Sättigung kontinuierlich ab. Dieser Effekt ist für hochzahlige Moden am stärksten ausgeprägt, für $n = 16$ sinkt die Wachstumsrate um die Hälfte gegenüber dem Beginn der linearen Phase. Das dürfte auf das langsamere Modenwachstum und sich langsam verändernde Hintergrundprofile von Temperatur und Dichte zurückzuführen sein. Für $n = 10$ beträgt die Abnahme etwa 20%. Wie Abb. 3.10 zu entnehmen ist, werden die höherzahligen Moden allgemein stärker gedämpft. Für $\tau_{IC} = 1.5 \cdot 10^{-2}$ weisen die Moden mit $n = 9$ bis $n = 11$ die höchsten Wachstumsraten auf, während für $\tau_{IC} = 5.0 \cdot 10^{-3}$ und $\tau_{IC} = 0$ die Moden mit den höchsten Modenzahlen am schnellsten wachsen. Beim vollständigen Vernachlässigen des diamagnetischen Drifts findet überhaupt keine Dämpfung mehr statt. In allen nachfolgenden Simulationen wurde $\tau_{IC} = 1.5 \cdot 10^{-2}$ verwendet, da in typischen experimentellen Situationen ein Maximum der Wachstumsrate bei kleinen und mittleren Modenzahlen auftritt [22]. Die Simulationen sind nicht streng an einem Experiment ausgerichtet aber vergleichbar mit JET-Plasmen. Der Parame-

ter τ_{IC} wurde so gewählt, dass das lineare Spektrum typischen Beobachtung an JET entspricht.

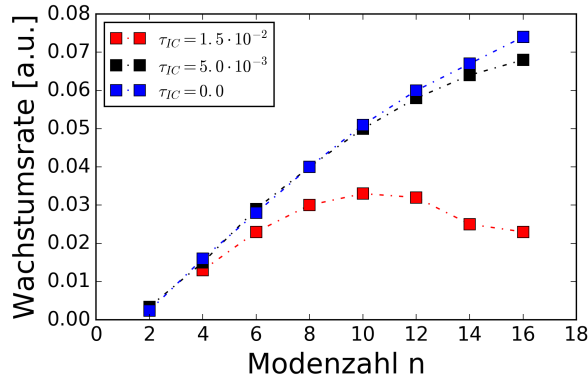


Abbildung 3.10: Entwicklung der Wachstumsraten während der linearen Phase in Abhängigkeit von der Modenzahl für $\tau_{IC} = 0.0$, $\tau_{IC} = 5.0 \cdot 10^{-3}$ und $\tau_{IC} = 1.5 \cdot 10^{-2}$

3.2.2 ELM-Crash mit und ohne initiale Dichtestörung

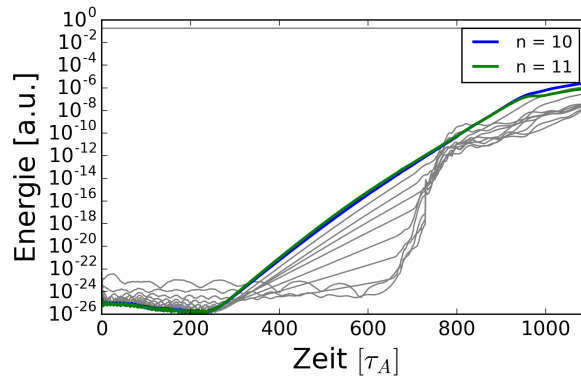


Abbildung 3.11: Magnetische Energien der einzelnen Moden für eine Simulation ohne Dichtestörung. Die dominanten Moden n = 10 und n = 11 sind hervorgehoben.

Beschrieben und verglichen werden zwei Simulationen eines ELM-Crashes, einmal mit und einmal ohne initiale Dichtestörung. Beide Simulationen wurden vom selben Plasmagleichgewicht aus gestartet. Abgesehen von der Dichtestörung waren alle Simulationsparameter identisch. Die Amplitude der Störung betrug 0,0001 bei einer Lokalisierung von $\Delta\phi = 21^\circ$.

Simulation ohne Dichtestörung Die Modenstruktur der Simulation ohne Dichtestörung ist in Abb. 3.11 gezeigt. Instabil sind alle Moden bis auf $n = 1$ und $n = 2$. Die Wachstumsraten der instabilen Moden betragen beginnend mit $n = 3$ $\gamma = [0,006; 0,013; 0,018; 0,023; 0,027; 0,030; 0,032; 0,034; 0,034]$. Damit sind die Wachstumsraten mit den Ergebnissen des τ_{IC} -Scans in Abb. 3.10 vergleichbar. Die lineare Phase beginnt bei etwa $t = 240\tau_A$. Es ist ein leicht abflachendes Wachstum der dominanten Moden $n = 9, 10, 11$ zu erkennen. Dieses Verhalten konnte auch während des τ_{IC} - Scans während der Vorüberlegungen beobachtet werden. Ab $t = 650\tau_A$ kommt es zu einem massiven Anwachsen der Energien. Dieses Verhalten ist auf eine numerische Instabilität um den X-Punkt zurückzuführen, d.h. um den X-Punkt treten große, unphysikalische Dichte- und Stromstörungen auf. Eine mögliche Ursache hierfür ist eine unzureichende Gitterauflösung in der X-Punkt Region. Eine Verkleinerung der Zeitschritte konnte das Problem nicht lösen. Die numerische Instabilität sättigt bei kleineren Amplituden, sodass die Simulation ab $t = 850\tau_A$ für die dominanten Moden wieder physikalisches Verhalten aufweist. Während der linearen Phase vor dem Auftreten der numerischen Instabilität bilden sich entlang der Lowfield-Side Ballooning-Strukturen (Abb. 3.13a). Diese weisen keinerlei Lokalisierung auf und rotieren in Richtung des diamagnetischen Drifts der Elektronen (gegen den Uhrzeigersinn). Die maximale Dichte ist für die einzelnen Flussflächenbündel identisch. Ab $t = 960\tau_A$ beginnen Dichtefilamente entlang der Lowfield-Side aus dem Plasma in zu wachsen.

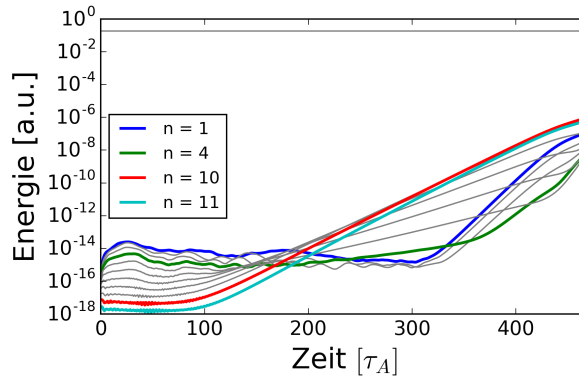
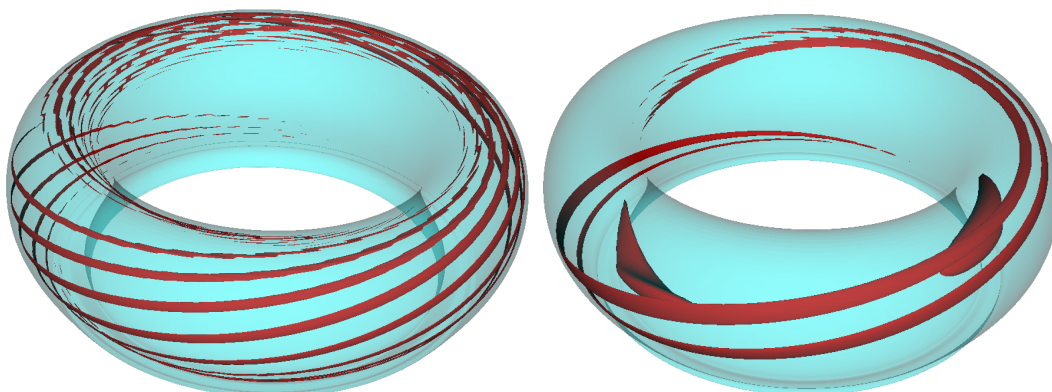


Abbildung 3.12: Magnetische Energien der einzelnen Moden für die Simulation mit Störung bei einer Anfangsamplitude von 0,0001 und einer Lokalisierung von $\Delta\phi = 21^\circ$. Die $n = 10$ und $n = 11$ Mode treiben die $n = 1$ Mode ab $t = 315\tau_A$, ab $t = 360\tau_A$ wird auch die $n = 4$ Mode von den anderen Moden beeinflusst.

Simulation mit Dichtestörung (Amplitude: 0,0001; $\Delta\phi$: 21°) Abb. 3.12 zeigt die magnetischen Energien der einzelnen toroidalen Harmonischen in der Simulation mit initialer Dichtestörung. Die Amplitude beträgt 0,0001 bei einer Lokalisierung von 21°. Die Moden mit $n = 4, \dots, 11$ sind instabil und weisen während der linearen Phase von $t = 95\tau_A$ bis $t = 435\tau_A$ die Wachstumsraten $\gamma = [0,009; 0,017; 0,022; 0,027; 0,031; 0,034; 0,036; 0,038]$ auf. Damit sind die Wachstumsraten für hohe n gegenüber der Simulation ohne Dichtestörung leicht erhöht. Ab $t = 315\tau_A$ werden die Moden mit $n = 1, 2, 3$ nichtlinear getrieben, ab $t = 360\tau_A$ auch $n = 4$. Es dominieren die Moden mit $n = 9$ bis $n = 11$. Aufgrund der größeren Anregungsenergien erreichen die Moden in der Simulation mit Störung die Sättigungsphase deutlich früher als die Moden in der Simulation ohne Störung. Die Sättigung setzt im selben Energiebereich von etwa 10^{-6} [a.u.] ein. Ein qualitativer Unterschied entsteht, da aufgrund der Störung eine ausgezeichnete Feldlinie in der Scrape-Off-Layer entsteht (Abb. 3.13). Wie schon in der Simulation ohne Hintergrundrotation setzt auch hier die Sättigung entlang dieser Feldlinie zuerst ein, sodass andere Moden auf vergleichbare Amplituden anwachsen und die Lokalisierung der Instabilität sich wieder reduziert. Mit Beginn der Sättigungsphase wird das Wachstum von Dichtefilamenten aus dem Plasma beobachtet.



(a) Simulation ohne Dichtestörung, $t = 550\tau_A$. Die Ballooning-Moden zeigen keine Lokalisierung, sondern bilden sich entlang der gesamten Lowfield-Side und folgen den magnetischen Feldlinien.

(b) Simulation mit Dichtestörung, $t = 150\tau_A$. Die ausgezeichnete (obere) Feldlinie sowie eine weitere Ballooning-Mode sind zu sehen.

Abbildung 3.13: Nicht-achsensymmetrischer Teil der Dichte mit Amplituden größer 30% (rot).

3.2.3 Auswirkungen der Amplitude und Lokalisierung der Störung

In Abb. 3.14a und Abb. 3.14b sind das Spektrum der Anregungsenergien sowie das Spektrum der Wachstumsraten für die einzelnen Simulationen gezeigt. Bei den Anregungsenergien fällt wieder die qualitative Ähnlichkeit bei Simulationen mit gleicher Lokalisierung der Störung auf. Die Wachstumsraten zeigen wie schon in den Simulationen ohne Plasmarotation in der linearen Phase ein von den Startparametern weitgehend unabhängiges Verhalten. Allerdings tritt ein Unterschied zur Simulation ohne initiale Störung auf: Für niedrige Modenzahlen weist die Simulation ohne Störung höhere, für hohe Modenzahlen niedrigere Wachstumsraten als die Simulationen mit Dichtestörung auf. Die Wachstumsraten der Simulation ohne Störung sind in Übereinstimmung mit den Ergebnissen des τ_{IC} -Scan in Abb. 3.10. Auf der einen Seite entstehen durch die Mittelung Unsicherheiten im Spektrum, da die Zeitspannen für die Bildung des Mittelwertes von Simulation zu Simulation variieren. Auch ist bei den Simulationen mit initialer Störung kein direkter Einfluss von Amplitude und Lokalisierung der Störung erkennbar. Da die Wachstumsraten in der Simulation ohne Anfangsstörung jedoch ein qualitativ abweichendes Verhalten zeigen, kann gefolgert werden, dass das Einbringen einer Dichtestörung einen leichten Effekt auf die Wachstumsraten hat. Das könnte an leichten zeitlichen Veränderungen der Hintergrundprofile liegen. Nichtlineare Modenkopplung kann in den Simulationen mit Störung jedoch nicht vermehrt beobachtet werden.

Die Entwicklung der Plasmadichte, Temperatur, Stromdichte etc. ist von den Parametern der Störung unabhängig. Durch die Störung entsteht ein ausgezeichnetes Flussflächenbündel, das am Plasmarand in Richtung des diamagnetischen Drifts der Elektronen rotiert. Zeitgleich bilden sich Ballooning-Strukturen entlang der Lowfield-Side, welche auf eine vergleichbare Amplitude anwachsen. Die Lokalisierung reduziert sich wieder.

3.2.3.1 Variation der Amplitude bei konstanter Lokalisierung

Um eine Aussage über den Einfluss der Amplitude zu treffen, werden alle Simulationen mit einer toroidalen Lokalisierung von $\Delta\phi = 21^\circ$ betrachtet. Die Variation der Amplitude ruft für die gescannten Werte von $\Delta\rho/\rho = [0,0001, 0,06, 0,3]$ keine wesentlichen qualitativen Unterschiede hervor. Kleinere Variationen zeigen sich in der Struktur der Dichtefilamente, welche aus dem Plasma wachsen. Dies geschieht vor allem an der oberen Lowfield-Side. Mit steigender Amplitude werden die Filamente breiter. Mithilfe der Spektren der Anregungsenergien und der Wachstumsraten lässt sich diese Beobachtung erklären. Da die Wachstumsraten der einzelnen Modenzahlen in jeder Simulation sehr ähnlich sind, bestimmen die Anregungsenergien darüber, welche Moden zu Beginn der Sättigungsphase (und somit bei Simulationensende) dominant sind. Sind die Anregungsenergien sehr groß, dominieren Moden mit mittlerer

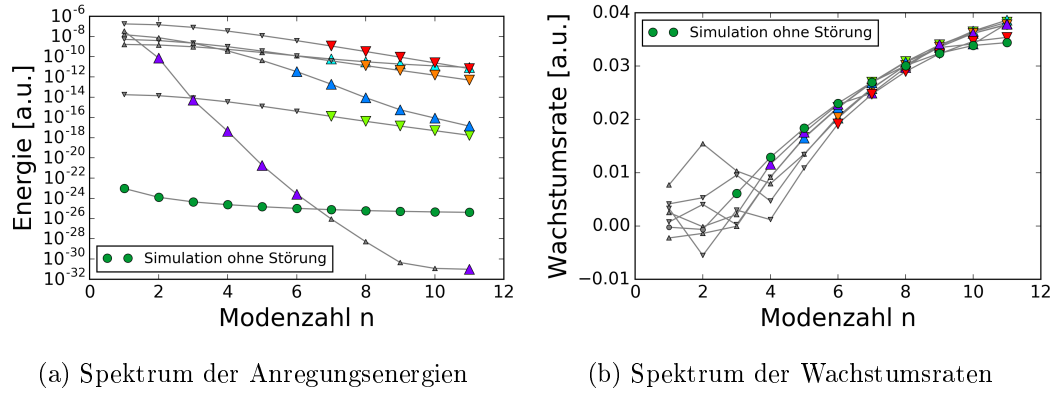


Abbildung 3.14: Spektren der Anregungsenergien und Wachstumsraten in Simulationen mit Hintergrundrotation. Datenpunkte wurden „ausgegraut“, falls die entsprechende Mode keine weitgehend konstante Anregungsenergie bzw. lineare Wachstumsphase aufweist. Die $n = 0$ Mode wurde aufgrund ihrer großen Energie aus dem ersten Spektrum ausgeschlossen. Diese betrug etwa $E_0 = 0.18[\text{a.u.}]$. Als Legende dient jeweils Abb. 3.9. Die Kodierung ist: von Grün über Orange nach Rot steigt die Amplitude bei einer Ausdehnung von 21° (∇), von Hellblau nach Lila steigt die Ausdehnung bei einer Amplitude von $0,06$ (Δ).

Modenzahl während der Simulation und erreichen als Erstes die Sättigungsphase. Dies verursacht dann unterschiedlich lokalisierte Strukturen.

3.2.3.2 Variation der Lokalisierung bei konstanter Amplitude

Bei einer Amplitude von $0,06$ wurde die Lokalisierung der Störung über die Werte 17° , 21° , 42° und 123° variiert. Die Simulationen mit $\Delta\phi = 17^\circ$ bzw. $\Delta\phi = 21^\circ$ unterscheiden sich sowohl in der Modenstruktur als auch in der Zeitentwicklung der Störung, der sich bildenden Dichtefilamente etc. kaum. Für $\Delta\phi = 42^\circ$ kann beobachtet werden, dass das Flussflächenbündel, welches durch die Anfangsstörung ausgezeichnet wird, eine deutlich größere Breite aufweist. Begründet werden kann dies ebenfalls mit dem Spektrum der Anregungsenergien. Für größere Ausdehnungen der Anfangsstörung fällt die Anregungsenergie mit höherer Modenzahl immer rascher ab (vgl. 3.14a). Somit spielen in der Anfangsphase Moden mit mittleren Modenzahlen für größere Ausdehnungen der Störung eine immer geringere Rolle, was zu einer Verbreiterung der beobachteten Strukturen führt. Für $\Delta\phi = 42^\circ$ tritt außerdem der Fall ein, dass die $n = 11$ Mode nichtlinear getrieben wird. Eine grundlegende Veränderung der Dichte- und Temperaturprofile kann jedoch nicht beobachtet werden. Bei den Simulationen mit stark lokalisierter Anfangsstörung und für $\Delta\phi = 42^\circ$ bil-

det sich jeweils ein ausgezeichnetes Flussflächenbündel, mit der die Dichtestörung in poloidaler Richtung rotiert.

Kapitel 4

Zusammenfassung und abschließende Bemerkungen

Es wurden Randinstabilitäten am Rand von Tokamak H-Mode Plasmen unter dem Einfluss lokalisierter Störungen untersucht und mithilfe des nichtlinearen MHD-Codes JOEK simuliert. Dazu wurden Simulationen mit und ohne Einfluss der Plasmarotation durchgeführt. Die zu Beginn der Simulationen eingebrachten Dichtestörungen rufen Peeling-Ballooning-Instabilitäten hervor, welche der gestörten Feldlinie folgen. Aufgrund der hohen Amplitude der Störung setzt die Sättigung entlang der ausgezeichneten Feldlinie zuerst ein. Durch das kontinuierliche Wachstum benachbarter Instabilitäten reduziert sich die Lokalisierung der Dichtestörung vor Beginn der nichtlinearen Sättigungsphase. Dieses Verhalten passt qualitativ zu experimentellen Beobachtungen. Solitäre Strukturen wurden kurz vor dem ELM-Crash beobachtet, während der Crash selbst nicht lokalisiert abläuft. Und auch durch Pellet-Einschuss verursachte ELM-Crashes weisen in der voll nichtlinearen Phase keine starke Lokalisierung mehr auf, es kommt also zu einem globalen ELM-Crash.

Explosive-Ballooning-Moden konnten nicht beobachtet werden. In Simulationen mit Hintergrundrotation wurden die Wachstumsraten während der linearen Phase durch die Störungen schwach beeinflusst. Eine mögliche Ursache hierfür könnte die langsamere Veränderung der Hintergrundprofile von Dichte und Temperatur sein. Die Gestalt der Störung spielt hierbei jedoch keine klare Rolle, allerdings wird das initiale Spektrum durch die Störung festgelegt. Die nichtlineare Interaktion der Moden und das Spektrum zu Beginn der nichtlinearen Phase werden dadurch von der Störung beeinflusst.

Danksagungen

Mein großer Dank gilt Matthias Hölzl, der mich während der Entstehung dieser Arbeit betreut hat. Er stand mir nicht nur bei Fragen und technischen Problemen zur Seite, sondern hat mir auch einen Einblick in die JOREK-Gruppe und den wissenschaftlichen Arbeitsalltag gegeben. Ganz besonders hervorheben möchte ich seine zahlreichen Anmerkungen und Verbesserungsvorschläge während des Verfassens dieser Arbeit.

Außerdem möchte ich mich bei Prof. Sibylle Günter für die Ermöglichung und Anregungen zu dieser Arbeit bedanken. Ebenfalls bedanken möchte ich mich beim Max-Planck-Institut für Plasmaphysik für das hervorragende Arbeitsumfeld.

Zuletzt danke ich der ganzen JOREK-Arbeitsgruppe und insbesondere Fabian Wieschollek sowie Andres Cevallos für anregende Diskussionen zur Theorie der MHD und Unterstützung beim Analysieren der Simulationen.

Literatur

- [1] F. Wagner et al. *Regime of improved confinement and high beta in neutral-beam-heated divertor discharges of the ASDEX tokamak*. 1982. DOI: 10.1103/PhysRevLett.49.1408.
- [2] P. Gohil. *Edge transport barriers in magnetic fusion plasmas*. 2006. DOI: 10.1016/j.crhy.2006.06.006.
- [3] A. G. Peeters. *The bootstrap current and its consequences*. 2000. DOI: 10.1088/0741-3335/42/12B/318.
- [4] J. W. Connor et al. *Magnetohydrodynamic stability of tokamak edge plasmas*. 1998. DOI: 10.1063/1.872956.
- [5] A. Loarte et al. *Characteristics of type I ELM energy and particle losses in existing devices and their extrapolation to ITER*. 2003. DOI: 10.1088/0741-3335/45/9/302.
- [6] G. T. A. Huysmans und O. Czarny. *MHD stability in X-point geometry: simulation of ELMs*. 2007. DOI: 10.1088/0029-5515/47/7/016.
- [7] O. Czarny und G. T. A. Huysmans. *Bézier surfaces and finite elements for MHD simulations*. 2007. DOI: doi.org/10.1016/j.jcp.2008.04.001.
- [8] Francis F. Chen. *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion*. 2. Auflage. Springer US, 1984, S. 421. ISBN: 9781475755954.
- [9] M. Ariola und A. Pironti. *Magnetic Control of Tokamak Plasmas*. 2. Auflage. Springer, 2016, S. 200. ISBN: 978-3-319-29888-7.
- [10] H. Zohm. *Edge localized modes (ELMs)*. 1996. DOI: 10.1088/0741-3335/42/12B/318.
- [11] P. T. Lang et al. *ELM pace making and mitigation by pellet injection in ASDEX Upgrade*. 2004. DOI: 10.1088/0029-5515/44/5/010.
- [12] I. Krebs et al. *Non-linear excitation of low-n harmonics in reduced magnetohydrodynamic simulations of edge-localized modes*. 2013. DOI: 10.1063/1.4817953.
- [13] P. B. Snyder et al. *Edge localized modes and the pedestal: A model based on coupled peeling-ballooning modes*. 2002. DOI: 10.1063/1.1449463.

- [14] R. P. Wenninger et al. *Solitary magnetic perturbations at the ELM onset*. 2012. DOI: 10.1088/0029-5515/52/11/114025.
- [15] S. Cowley et al. *Explosive instabilities: from solar flares to edge localized modes in tokamaks*. 2003. DOI: 10.1088/0741-3335/45/12A/003.
- [16] M. Hölzl et al. *Reduced-magnetohydrodynamic simulations of toroidally and poloidally localized edge localized modes*. 2012. DOI: 10.1063/1.4742994.
- [17] R. P. Wenninger et al. *Non-linear magnetic perturbations during edge-localized modes in TCV dominated by low n mode components*. 2013. DOI: 10.1088/0029-5515/53/11/113004.
- [18] B. Vanovac et al. *Characterization of low frequency inter-ELM modes at the pedestal top of H-mode discharges at ASDEX Upgrade*. 2018.
- [19] S. Futatani et al. *Non-linear MHD modelling of ELM triggering by pellet injection in DIII-D and implications for ITER*. 2014. DOI: 10.1063/1.4742994.
- [20] S. J. P. Pamela et al. *Nonlinear MHD simulations of edge-localized-modes in JET*. 2011. DOI: 10.1088/0741-3335/53/5/054014.
- [21] G. T. A. Huysmans et al. *Non-linear MHD simulations of edge localized modes (ELMs)*. 2009. DOI: 10.1088/0741-3335/51/12/124012.
- [22] A. F. Mink et al. *Nonlinear coupling induced toroidal structure of edge localized modes*. 2018. DOI: 10.1088/1741-4326/aa98f7.